Pierre BOUTELOUP

[1]THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

I- FORMULE POUR L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

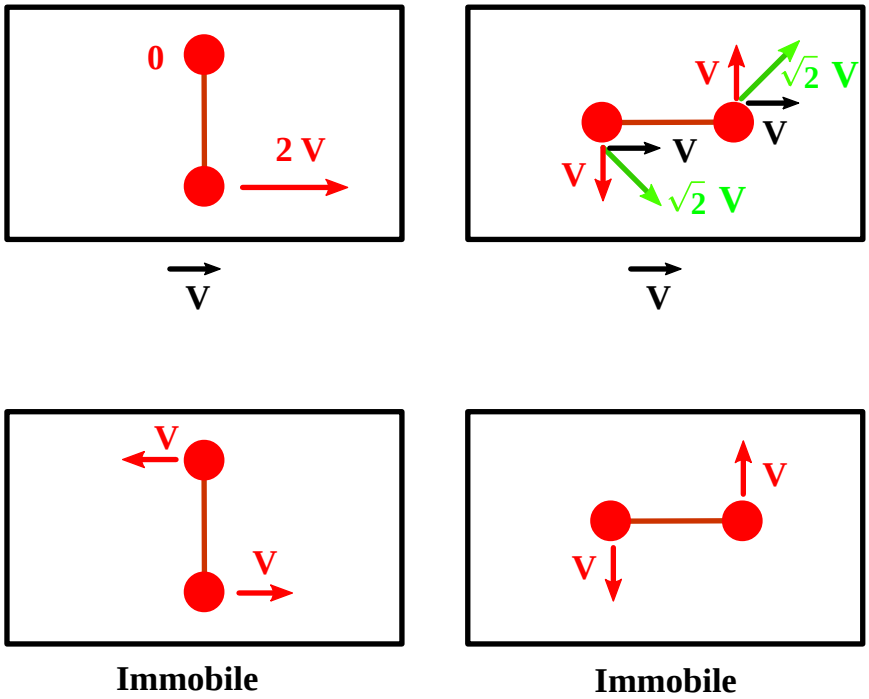
1- L'énergie

L'énergie est la mesure unifiée des différentes formes de mouvement. Cette mesure permet de convertir quantitativement le mouvement d'un objet en le mouvement d'un autre objet. On pourrait penser que la vitesse est la bonne mesure. Mais si nous avons par exemple deux objets identiques animés de la même vitesse, ils pourront donner deux fois plus de mouvement qu'un objet seul. Les deux objets identiques ont une masse double de celle d'un seul objet.

On voit donc que l'énergie cinétique associée au mouvement d'un objet matériel doit être proportionnelle à la masse.

Il nous reste à voir la dépendance de l'énergie en fonction de la vitesse. Considérons pour cela l'expérience de pensée suivante :

2- Dépendance en fonction de la vitesse



On considère une navette spatiale dans l'espace, loin de tout astre attirant par la gravitation. Il n'y a donc pas de pesanteur dans cette navette. Elle est animée d'une vitesse V par rapport au référentiel d'observation. Dans cette navette, dans laquelle règne le vide, il y a deux boules qui tournent l'une autour de l'autre en étant attachées par une ficelle tendue par la force centrifuge. Elles sont animées

1. tec

de la même vitesse V que tout à l'heure, par rapport à leur centre de gravité commun, centre de gravité qui est fixe dans la navette spatiale. L'axe de rotation est perpendiculaire à la vitesse de la navette.

Quand la ficelle est perpendiculaire à la vitesse de la navette, une des boules est immobile par la loi de composition des vitesses, tandis que l'autre est animée de la vitesse $2V$. Quand la ficelle est portée par la direction de la vitesse de la navette, il faut pour chaque boule ajouter deux vitesses de même intensité V, mais de directions perpendiculaires. D'après la loi du parallélogramme d'addition des vecteurs, parallélogramme qui est ici un carré, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$V_{\text{boule}}^2 \,=\, V^2 + V^2 = 2V^2 \quad \Rightarrow \quad V_{\text{boule}} = \sqrt{2}\,V$$

Pour ces deux boules isolées du reste de l'univers dans le vide, il est évident que, puisqu'elles ne donnent du mouvement à rien, leur mouvement doit être constant, c'est-à-dire que l'énergie cinétique totale doit être constante, donc indépendante de la position de l'ensemble de ces deux boules.

$f(V)$ étant la fonction dépendance en la vitesse de l'énergie cinétique, dont on suppose qu'elle est nulle pour $V = 0$, on voit que l'on doit avoir l'équation fonctionnelle :

$$2\,f(\sqrt{2}\,V) \,=\, f(0) \,+\, f(2\,V) \,=\, f(2\,V)$$

On voit que cela ne fonctionne pas pour $f(V) = V$, car $2\,\sqrt{2}\,V \neq 2V$.

Par contre, cela fonctionne pour $f(V) \,=\, V^2$, car $2\,\left(\sqrt{2}\,V\right)^2 \,=\, 4\,V^2 \,=\, (2\,V)^2$.

On prend ensuite le coefficient arbitraire $\frac{1}{2}$ par convention. On verra que cela donnera le coefficient 1 pour le travail d'une force. On obtient alors :

$$\text{Énergie cinétique} \,=\, \frac{1}{2}\,m\;V^2$$

Remarquons qu'avec le formalisme de la dérivée d'une fonction, on peut montrer que cette solution du carré de la vitesse est unique :

$$f(2V) = 2f(\sqrt{2}V) \,\Rightarrow\, 2\dot{f}(2V) = 2\sqrt{2}\dot{f}(\sqrt{2}V) \,\Rightarrow\, 2{\times}2\ddot{f}(2V) = 2\sqrt{2}\sqrt{2}\ddot{f}(\sqrt{2}V)$$

On obtient :

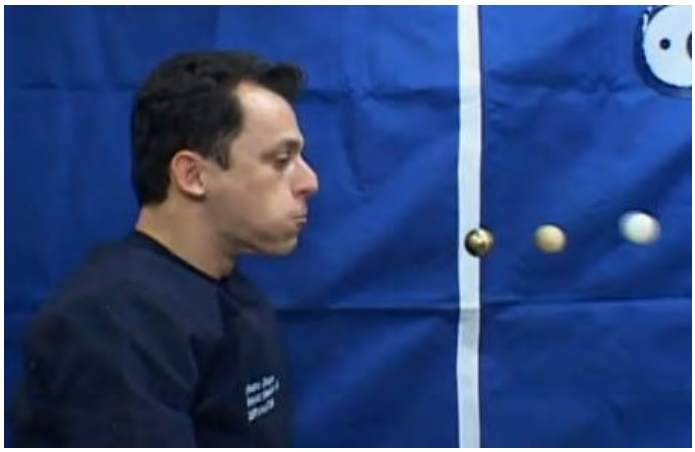
$$\ddot{f}(2V) = \ddot{f}(\sqrt{2}V) = \ddot{f}(0) = \text{constante}$$

car en divisant à l'infini par $\sqrt{2}$ on tend vers 0, et on suppose la dérivée seconde continue.

$$f(V) = \alpha V^2 + \beta V + \gamma$$

Mais, la constante est forcément nulle, $f(0) = 0$, car en mécanique newtonienne, un objet immobile ne contient pas de mouvement. D'autre part on a vu que V ne fonctionnait pas. Donc il ne reste plus qu'une constante que multiplie la vitesse au carré.

II- DÉFINITION DE LA FORCE



Observons la photographie ci-dessus. Elle se passe dans la station spatiale internationale où la gravité est annulée. L'astronaute souffle sur trois boules : une boule en cuivre, une boule en bois et une balle de ping-pong. Ces trois boules ont la même taille. L'action du souffle du personnage sur ces trois boules est donc identique. Mais ces trois boules ont des masses différentes. On observe qu'à un instant donné, la vitesse prise par les boules est inversement proportionnelle à leur masse. C'est-à-dire que si par exemple une boule a une masse double d'une autre, sa vitesse est la moitié. On constate ainsi que la masse caractérise l'inertie d'un corps, c'est-à-dire la plus ou moins grande difficulté de modifier son mouvement, c'est-à-dire sa vitesse, que ce soit pour l'accélérer ou le ralentir.

D'un autre côté, pour toutes les boules, la vitesse est proportionnelle au temps pendant la phase où le personnage souffle avec une vigueur constante.

On a donc :

$$\frac{m \times v}{t} = \text{constante}$$

Il est naturel d'identifier cet invariant à l'action, la même pour toutes les boules, du personnage qui souffle, donc à la force :

$F = m\,\dfrac{v}{t}$; pour une durée Δt et une variation de vitesse Δv, cela donne :

$$F = m\,\frac{\Delta\, v}{\Delta\, t}$$

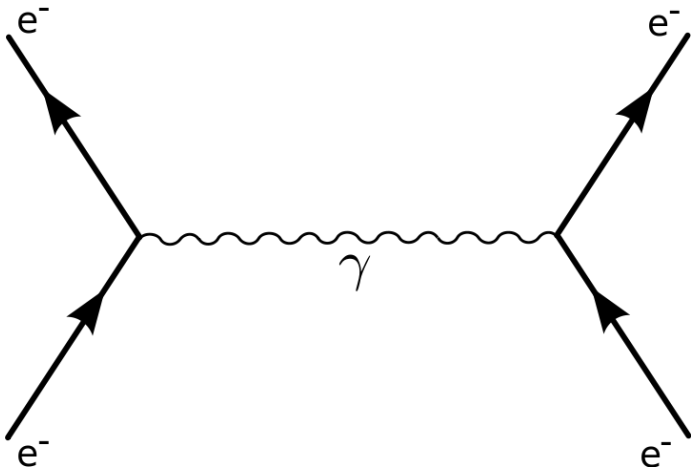
On obtient la loi fondamentale de la dynamique, écrite pour la première fois par NEWTON. $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ est l'accélération a.

$$F = m\,a$$

III- THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

1- Force par échange de particules

FEYNMAN est le prix Nobel de physique 1965 pour sa contribution à l'électrodynamique quantique.Il a découvert les diagrammes de FEYNMAN qui expliquent l'interaction entre deux charges électriques par l'échange de photons. Voyons par exemple comment on explique la répulsion de deux charges électriques négatives comme deux électrons par exemple.



D'une manière régulière, avec une fréquence déterminée par l'intensité de l'interaction électromagnétique, un électron émet un photon vers l'autre électron (en théorie quantique des champs, une particule peut apparaître ou disparaître), cela lui donne une poussée de recul qui tend à l'éloigner de l'autre l'électron. Enfin quand l'autre électron reçoit ce photon il est poussé ce qui l'éloigne aussi du premier électron. On peut se demander avec ce mécanisme, comment deux charges opposées peuvent s'attirer.

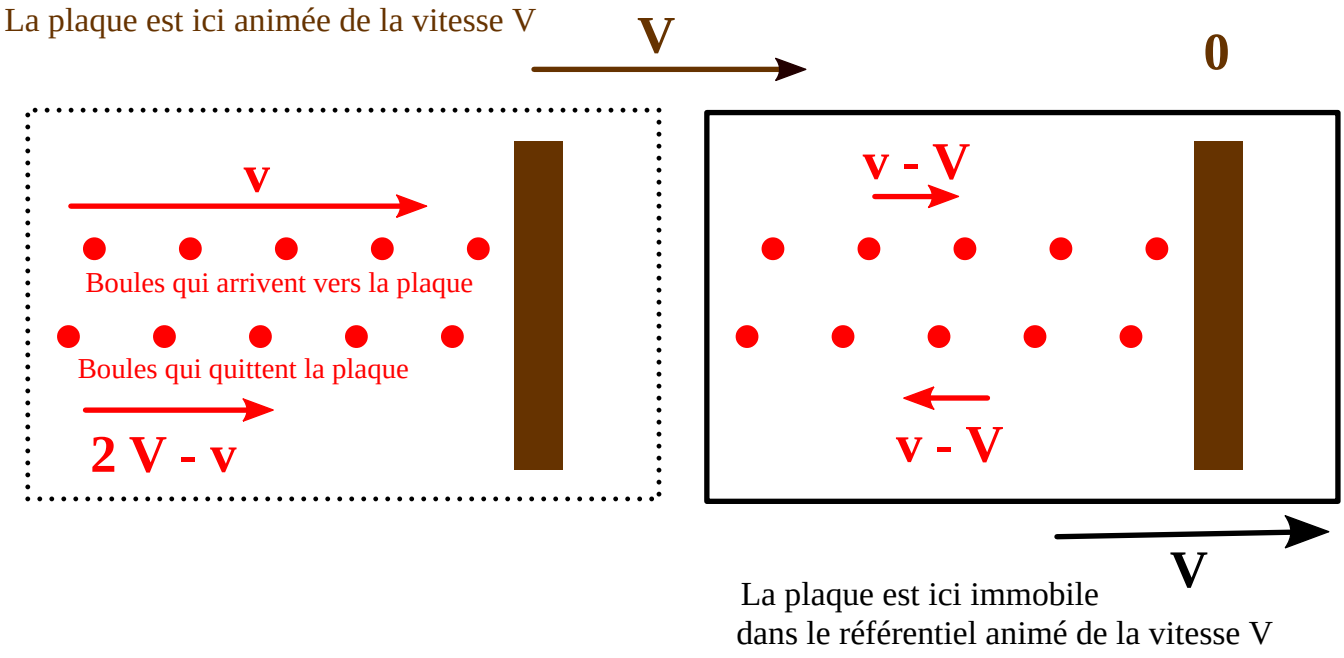
Dans ce cas, par exemple, le photon est émis vers la droite par la charge positive à droite en donnant un effet de recul bien défini vers la gauche à cette particule. On dit dans ce cas que le photon a une impulsion bien précise. Mais en mécanique quantique, quand une particule a une impulsion (ou quantité de mouvement) bien définie, elle est totalement délocalisée, c'est à dire que l'endroit où elle est n'est pas défini. Le photon peut alors arriver par la gauche en se déplaçant vers la droite, pour frapper la particule négative qui est à gauche de manière à la pousser vers la charge positive.

D'une manière générale, l'Univers est constitué de vide et de particules. On distingue les particules de matière comme l'électron qui sont des fermions de spin $\frac{\hbar}{2}$ et les particules dont l'échange permet la mise en œuvre d'une force, comme le photon qui sont des bosons de spins un nombre entier de fois $\hbar$. Le nombre de bosons dans un état quantique donné n'est pas limité, tandis que le nombre de fermions est limité à 1, ce qui assure l'impénétrabilité de la matière.

L'énergie potentielle associée à une force est en fait l'énergie cinétique des bosons assurant la mise en œuvre de cette force.

2- Théorème de l'énergie cinétique

Une force constante dans le temps appliquée à un objet est donc le résultat d'un flux constant de particules frappant cet objet. Nous choisissons des particules animées d'une vitesse faible devant celle de la lumière qui frappent l'objet en question. Elles obéissent donc à la mécanique newtonienne. Leur débit est constant. Elles frappent l'objet d'une manière élastique, ne lui communiquant aucune énergie dans le référentiel où l'objet est immobile et reste immobile. Ceci assure qu'elles ne chauffent pas l'objet par exemple, en lui apportant de l'énergie par chaleur, mais contribuent uniquement à lui appliquer une force.



On a donc une plaque verticale qui est bombardée par un flux de particules qui arrivent horizontalement de la gauche, à raison d'une particule toutes les durées Δt. La plaque avance, dans le référentiel du laboratoire à la vitesse V vers la droite, tandis que les particules, de masses m, arrivent à la vitesse $v > V$.

Dans le référentiel de la plaque, la particule arrive avec la vitesse $v - V$ et repart vers la gauche avec cette vitesse. Dans le référentiel du laboratoire, sa

vitesse est donc de $v - 2V$ vers la gauche. Pendant la durée Δt, sa vitesse passe donc de v vers la droite à $v - 2V$ vers la gauche.

$$F = m\,\frac{\Delta\, v}{\Delta\, t} \;=\; m\,\frac{1}{\Delta t}\,\left[v - 2V - (-v)\right] \;=\; 2\,m\,\frac{v - V}{\Delta t}$$

La perte d'énergie cinétique de la particule est :

$$-\Delta E_C \;=\; \frac{1}{2}\,m\,v^2 \;-\; \frac{1}{2}\,m\,\left(v - 2V\right)^2 \;=\; \frac{1}{2}\,m\,v^2 \;-\; \frac{1}{2}\,m\,\left(v^2 - 4vV + 4V^2\right)$$

$$-\Delta E_C \;=\; 2mvV - 2mV^2$$

L'énergie cinétique reçue par la plaque est, d'après la conservation de l'énergie, l'opposée de celle reçue par les particules qui arrivent. Donc :

$$\Delta E_{C\,\text{plaque}} \;=\; -\Delta E_C \;=\; 2mvV - 2mV^2$$

Voyons maintenant quel est le travail de la force :

$$W = F\,\Delta x = F\,V\,\Delta t = 2\,m\,\frac{v - V}{\Delta t}\,V\,\Delta t = \;2mvV - 2mV^2 \;=\; \Delta E_{C\,\text{plaque}}$$

On a bien :

$$W \;=\; F\,\Delta x \;=\; \Delta E_C$$

Le travail de la force extérieure appliquée est égal à la variation d'énergie cinétique du système. Mais, dans notre exemple, en fait, la vitesse de la plaque restait constante, bien qu'elle reçoive de l'énergie. Il faut donc admettre que cette énergie passe sous une autre forme que l'énergie cinétique de la plaque qui est constante. On en conclut que, d'une manière générale, le travail d'une force permet quantitativement, le passage d'énergie d'une forme à une autre.

Renversons le sens du temps dans l'expérience précédente. La plaque est freinée et perd de l'énergie qu'elle donne en élançant les particules qu'elle frappe, qui la quittent plus rapides que lorsqu'elles arrivent sur la plaque. On peut imaginer que par leurs chocs mutuels, ce mouvement donné aux particules finit par devenir de l'agitation thermique désordonnée. La plaque a donc chauffé l'ensemble des particules, et lui a donc donné de l'énergie thermique. Mais la plaque étant froide, elle les a chauffées par travail. C'est ainsi qu'un objet lancé sur une table s'arrête par frottement. L'échauffement des deux surfaces est causé quantitativement par le travail de la force de frottement.