Chapitre DIX-NEUF

QUELQUES RÉFLEXIONS EN GUISE DE CONCLUSION

1. Introduction. - Dans ce chapitre, et en guise de conclusion, nous allons réfléchir sur trois questions à propos de la Relativité générale : nous allons réfléchir sur une théorie alternative, la Théorie de BRANS-DICKE, sur le problème des masses négatives en Relativité générale, et sur la relativité en physique.

Nous commençons donc par aborder la principale théorie alternative à la Relativité générale, la Théorie de BRANS-DICKE, apparue dans les années 1960 et réfutée depuis.

2. Les motivations de la Théorie de BRANS-DICKE. - Nous avons vu que la Théorie de la relativité générale, bien qu'incorporant le principe de MACH, n'est pas complètement machienne. Dans la Théorie de BRANS et DICKE, on a un champ scalaire ϕ (il n'a rien à voir avec le potentiel du champ de gravitation précédemment noté ϕ), qui prend une valeur en chaque point de l'espace-temps. Cette valeur est un nombre réel. La valeur de ce champ scalaire, en tout point donné de l'espace et du temps, est déterminée par la distribution de la matière partout dans l'univers ; aussi bien dans le voisinage du point considéré que dans les parties les plus éloignées de l'univers. De ce fait, en tenant compte de toute la matière de l'univers, ce champ scalaire correspond bien à une vision machienne.

La valeur du champ scalaire détermine, par une équation du champ analogue à celle de la Relativité générale, les propriétés métriques de l'espace-temps. Elle détermine également ce qui correspond en Théorie newtonienne à la valeur de G constante de la gravitation universelle.

Comme l'univers évolue avec le temps, la valeur du champ scalaire change, et également la valeur de G.

Ainsi, la Théorie de BRANS-DICKE est réellement machienne. Elle prend également en compte une variation possible de G.

La Théorie de BRANS-DICKE ressemble beaucoup à la Relativité générale dans la mesure où c'est également une théorie métrique de l'espace-temps (l'espace-temps est muni en tout point d'un ds^2).

Les particules de matière-énergie (excepté la gravitation) suivent les géodésiques de l'espace-temps. La loi dynamique est donc la même qu'en Relativité générale. Seule la loi de force est différente. Cette loi de force est non locale, par le fait qu'elle se calcule grâce à deux équations successives : une équation déterminant le champ scalaire ϕ, et ensuite, une équation du champ.

Malheureusement, il y a une indétermination dans la théorie puisque le champ scalaire est déterminé à l'aide d'une constante numérique ajustable ω dont la valeur n'est pas fixée à l'intérieur de la théorie. De plus, pour $\omega \to \infty$ on retrouve exactement la Relativité générale. Cette théorie est donc beaucoup moins satisfaisante que la Relativité générale du point de vue conceptuel. D'une part, il reste un paramètre libre ω ! D'autre part, la construction de la machinerie du champ scalaire est assez arbitraire et ne vient pas de grands principes fondamentaux.

3. D'où vient la différence entre la Théorie de la Relativité générale et la Théorie de Brans-Dicke ? - Rappelons ce que nous avons vu au § 1 du chapitre 7. Dans la Théorie de Brans-Dicke, le principe d'équivalence simple seul est vérifié. Toutes les particules de matière et d'interaction tombent de la même manière, exceptée la gravitation.

La Théorie de Brans-Dicke étant une théorie métrique comme la Relativité générale, les particules de matière-énergie, exceptée la gravitation, décrivent les géodésiques de l'espace-temps, ces géodésiques étant déterminées à partir de la métrique, elle même calculée à partir d'une équation du champ.

Nous savons que dans le cadre d'une théorie métrique, il y a équivalence entre l'équation du champ d'Einstein et le principe d'équivalence au sens fort. Puisque ce dernier principe n'est pas vrai dans la Théorie de Brans-Dicke, l'équation du champ est donc différente. Cela entraîne que la métrique créée par une masse donnée est différente de celle calculée par l'équation du champ d'Einstein. Cela correspond à ce qui a été dit au paragraphe précédent. La loi de force est différente.

Nous nous posons alors la question suivante : comment la Théorie de Brans-Dicke est-elle compatible avec la nécessité de traiter de la même façon l'inertie et la gravitation qui sont deux manifestations différentes d'un même phénomène physique ? Le problème se pose effectivement, car cette théorie semble distinguer entre inertie et gravitation. Considérons en effet un paquet d'énergie gravitationnelle dans une fusée. Son comportement sera différent dans une fusée accélérée dans le vide (où la gravitation est nulle) avec l'accélération $\mathbf{g}$ et dans une fusée posée sur la Terre.

Dans le premier cas, par raison de symétrie, il décrira la même trajectoire que les particules de matière. Dans l'autre cas, la gravitation ne tombant pas vers la Terre de la même manière que les particules de matières, son comportement sera différent !

L'étude du disque tournant basée sur l'identité entre les effets de l'inertie et ceux de la gravitation nous avait amené à la valeur de la contraction des longueurs dans un champ de gravitation, donc à la valeur de la métrique créée par la gravitation (métrique de la Relativité générale). À quel endroit cette étude n'est elle plus vraie dans la théorie de BRANS-DICKE ? Cette étude ne doit plus être vraie en effet car la théorie de BRANS-DICKE mène à une métrique, donc à une contraction des longueurs, différente.

On peut dire que dans la Théorie de BRANS-DICKE, il y a équivalence totale globale entre inertie et gravitation. Nous entendons par là que ces deux notions sont indistinguables dans le formalisme mathématique de la théorie. On peut dire aussi bien que ce sont les étoiles lointaines qui accélèrent la fusée étant immobile ou l'inverse. Par contre, ce que nous entendons par équivalence locale, c'est le fait qu'on ne puisse pas distinguer localement par des expériences de physique un effet d'accélération de la fusée (ou d'une manière équivalente des étoiles lointaines), d'un champ de gravitation (de la Terre par exemple). C'est cela que nous avons utilisé en nous servant de l'étude du disque pour connaître la contraction des longueurs dans un champ de gravitation. Remarquons que nous avons dit que ce n'était qu'une convention de parler du champ de gravité de la Terre. Cependant il y a bien une différence globale des deux situations (fusée dans le vide et sur la Terre).

Il nous faut donc ajouter l'adjectif local à chaque fois qu'on parlait du principe déquivalence avant ce chapitre. En ce sens, la Théorie de BRANS-DICKE n'admet pas le principe d'équivalence local au sens fort. Un paquet d'énergie gravitationnelle distingue entre l'attraction gravitationnelle de la Terre et une accélération par rapport aux étoiles lointaines, la Terre n'étant pas là. Il y a cependant équivalence locale au sens simple. Notons que cette accélération par rapport aux étoiles lointaines dont on parle n'est pas calculable avec précision, toutes les étoiles accélérant les unes par rapport aux autre (il n'y a pas de référentiel global canonique). En conclusion, dans la Théorie de BRANS-DICKE, la situation de la fusée sur la Terre n'est pas qualitativement différente de la situation de la fusée accélérant dans le vide. Elle l'est simplement quantitativement. C'est bien en ce sens que $\mathbf{g}$ sur Terre ne correspond à aucune mesure absolue locale de la gravitation. C'est grâce au champ scalaire ϕ justement que la Théorie de BRANS-DICKE distingue quantitativement ces deux cas, ϕ faisant intervenir les étoiles lointaines. ϕ est donc une mesure de cette accélération de la fusée par rapport aux étoiles lointaines (pour cet exemple), ou de l'accélération des étoiles lointaines par rapport à la fusée, accélération qui n'est pas calculable avec précision.

4. La Théorie de Brans-Dicke est non locale. - Nous allons reprendre ce qui a été dit dans le paragraphe précédent pour en faire le bilan. Résumons nous : la Théorie de Brans-Dicke traite bien l'inertie et la gravitation comme deux manifestations différentes d'un même phénomène. Cela veut dire que dans la Théorie de Brans-Dicke, on peut tout aussi bien considérer que les galaxies lointaines sont fixes et que la Terre tourne ou que la Terre est immobile et que c'est l'ensemble des galaxies qui tournent autour d'elle.

Cependant dans cette dernière théorie, il n'y a pas totale équivalence entre une fusée posée sur la Terre et une fusée qui accélère de $\mathbf{g}$ dans le vide loin de tout astre. Dans ce dernier cas, on peut traiter le problème en considérant que la fusée est immobile comme celle posée sur la Terre, et que c'est l'ensemble de l'univers qui accélère par rapport à elle avec l'accélération $-\mathbf{g}$. Cependant, il est clair que la situation globale (répartition et vitesse des masses) est complètement différente de celle de la fusée sur Terre.

La Théorie de Brans-Dicke résout le problème en deux temps. En tenant compte de la répartition globale des masses, on calcule la valeur du champ scalaire ϕ. On détermine ensuite la métrique de l'espace-temps grâce à une équation locale faisant intervenir ϕ. On voit donc comment la Théorie de Brans-Dicke entraîne que la physique n'est pas la même à l'intérieur de la fusée dans les deux cas. C'est parce qu'elle est non locale. Cette non localité provient du traitement avec deux équations successives. Elle correspond à l'exigence du principe de Mach.

Au contraire, la Relativité générale est une théorie de champ, donc locale. Cela veut dire que le comportement des particules est déterminé par la valeur locale d'un champ unique et que réciproquement, ce champ est déterminé par une équation locale ne faisant intervenir que le tenseur d'impulsion-énergie au point considéré. La non localité n'intervient que comme condition au limite pour résoudre l'équation. La Relativité générale est la seule théorie avec un seul champ, locale, faisant intervenir des dérivées partielles d'ordre 2 au maximum, qui redonne la Relativité restreinte comme cas limite et qui traite de la même manière inertie et gravitation. En ce sens, c'est la Théorie minimale résolvant le problème de l'unification de la Relativité restreinte avec la gravitation.

L'étude du disque tournant ne permet pas, dans la Théorie de Brans-Dicke, de retrouver la contraction des longueurs dans un champ de gravitation quelconque, car cette dernière dépend de la répartition globale des masses. Par contre, en Relativité générale, la contraction des longueurs est déterminée par un seul paramètre local. L'étude du disque tournant nous montre que ce paramètre ne peut être que le potentiel de gravitation. La formule trouvée avec le disque tournant est donc absolument générale, ce qui justifie ce qui a été dit au § 9 du chapitre 7.

La construction de la Relativité générale est beaucoup moins arbitraire que celle de BRANS-DICKE. En effet, c'est une théorie de champ très analogue à l'électromagnétisme classique. En ce sens elle traite mathématiquement l'interaction gravitationnelle d'une manière voisine de l'électromagnétisme. Ces deux théories sont bâties sur le concept fondamental de champ. Certe, en Relativité générale, le principe de MACH n'est pris en compte que comme condition au limite pour résoudre les équations. C'est simplement que ce principe découle d'une théorie plus vaste que la Relativité générale à trouver dans le futur. Il ne sert à rien de chercher à l'incorporer de force si cela ne vient pas naturellement.

Enfin, la Relativité générale correspond au principe d'équivalence au sens fort. En ce sens, pour ce qui est du comportement dans un champ de gravitation, elle ne fait pas de distinction entre la gravitation et les autres interactions. Cette façon de voir est logique, dans la mesure ou l'on suppose que les quatre interactions ne sont que des aspects différents d'une interaction unique.

5. La métrique de l'espace-temps dans la Théorie de BRANS-DICKE. - Nous avons vu au § 15 du chapitre 12 que dans le cadre de l'approximation newtonienne de la Relativité générale, le coefficient du terme en dt^2 était imposé pour que l'on retrouve la loi de la gravitation universelle.

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{C^2}\right) C^2\, dt^2 \,+\, ...$$

Puisque la Théorie de BRANS-DICKE redonne bien évidemment la Théorie newtonienne de la gravitation comme cas limite, il est clair que le coefficient en dt^2 sera le même qu'en Relativité générale au premier ordre (premier terme après le 1).

Or, le décalage vers le rouge de la lumière dans un champ de gravitation, ainsi que le retard des horloges, ne font intervenir que ce terme. Ces deux phénomènes ne permettent donc pas de trancher expérimentalement entre la Relativité générale et la Théorie de BRANS-DICKE. Par contre, dans la Théorie de BRANS-DICKE, les autres termes du ds^2 sont différents. Or, la précession du périhélie des planètes, la déviation de la lumière, le retard des échos radars font tous trois intervenir l'expression complète de la métrique. Ces différents termes permettent donc de départager les deux théories. À ce jour, ils ont invalidé la théorie de BRANS-DICKE qui est maintenant abandonnée, et ont confirmé d'une manière éclatante la Théorie de la relativité générale.

6. Les masses négatives en Relativité générale. - Nous allons maintenant aborder un autre problème, celui de la prise en compte des masses négatives dans la Théorie de la relativité générale.

On arrive logiquement à ce problème de la manière suivante : nous avons vu que toutes les composantes du tenseur d'impulsion-énergie ont une action gravitationnelle. En particulier, un terme de pression positive attire. Plaçons nous dans le cadre de l'approximation linéaire de la Relativité générale. Les effets sont linéaires dans les composantes du tenseur d'impulsion-énergie. Il est donc clair qu'une pression négative va avoir un effet gravitationnel opposé et va avoir un effet répulsif.

Reprenons l'exemple de la boîte aux deux photons. (§ 11 du chapitre 8). Lorsque l'électron et le positron s'annihilent et créent deux photons, le contenu en énergie E reste le même et a un pouvoir d'attraction correspondant à la masse m définie par $E = mC^2$. Cependant maintenant, il y a la pression correspondant au choc des deux photons sur la paroi et qui a un effet gravitationnel attractif. Heureusement, la pression négative de la boîte qui correspond à sa tension a un effet répulsif qui annule l'effet précédent. Lors de l'annihilation, la capacité d'attraction de la boîte qui correspond à la valeur moyenne du tenseur d'impulsion-énergie ne change donc pas !

Nous avons déjà vu au § 3 du chapitre 8, comment on pouvait envisager l'attraction entre deux particules par l'échange de particules de champ de masses négatives. Ce peut être le cas de l'échange de photons virtuels entre deux particules chargées. Voyons maintenant ci-dessous l'effet de l'interaction gravitationnelle sur ces particules de masses négatives.

7. Les règles d'attraction-répulsion en Relativité générale. - D'après le principe d'équivalence, tous les corps réagissent de la même manière dans un champ de gravitation. Il est donc clair qu'une zone de pression positive attirera aussi bien une zone de pression positive qu'une zone de pression négative. De même, une zone de pression négative repoussera aussi bien une zone de pression négative qu'une zone de pression positive. À priori, cela paraît assez paradoxal. Continuons cependant à développer la théorie.

Étant donnée l'apparition, à l'intérieur de la théorie, d'éléments négatifs ayant des effets répulsifs, il est loisible d'imaginer tout simplement des masses négatives en Relativité générale. Reprenons alors le résultat obtenu ci-dessus avec maintenant des masses :

Une masse positive :

Attire aussi bien une masse positive qu'une masse négative.

Une masse négative :

Repousse aussi bien une masse positive qu'une masse négative.

8. Impulsion et masses négatives. - Voyons maintenant ce qu'il en est de la loi de la conservation de l'impulsion. Une particule de masse négative $-m \quad (m > 0)$ animée de la vitesse $\mathbf{v}$ aura l'impulsion $\mathbf{P} = -m\mathbf{v}$ opposée à sa vitesse. Considérons maintenant les trois situations envisageables :

Deux masses positives immobiles à la distance **d**.

Chacune attire l'autre. Les deux masses se rapprochent. L'impulsion totale reste nulle (fig. 19.1).

Fig. 19.1

Une masse positive à gauche, une masse négative à droite.

Par symétrie, on aura aussitôt le cas d'une masse positive à droite et négative à gauche. La masse positive attire la masse négative qui accélère vers la gauche. La masse négative repousse la masse positive qui accélère avec la même accélération vers la gauche. Les deux particules sont donc animées de la même vitesse $\mathbf{v}$ vers la gauche.

$$P_{\text{total}} = m\,\mathbf{v} + (-m)\,\mathbf{v} = \mathbf{0}$$

L'impulsion totale reste encore nulle comme il se doit (fig. 19.2) !

Fig. 19.2

Enfin, deux masses négatives vont s'éloigner l'une de l'autre avec des vitesse égales et l'impulsion totale sera encore nulle. La théorie est donc dans tous les cas parfaitement cohérente.

9. Conclusion sur la relativité. - La Relativité restreinte montre que ce que l'on croyait absolu (le temps) n'est que relatif, relatif à l'observateur considéré. En ce sens, elle nous fait faire un pas de plus vers l'objectivité, c'est à dire vers la description de la réalité en se rendant compte de ce qui tient à la position privilégiée de l'observateur. La Mécanique quantique a montré qu'on ne pouvait pas séparer l'observateur de l'objet quantique étudié dans la préparation ou l'observation d'une expérience. Cet observateur est pour nous tout objet macroscopique (et donc n'est pas forcément moi, ni même un être vivant), et nous n'adhérons donc pas à la philosophie antiréaliste et solipsiste de l'Ecole de Copenhague.

Les trois concepts métaphysiques à la base de notre description de l'univers sont : l'espace, le temps, la matière. La notion de mouvement découle de la mise en relation de ces trois concepts. De la matière est en mouvement lorsqu'elle change d'emplacement (espace) pendant que le temps s'écoule.

Le principe de relativité de GALILÉE a introduit la relativité de l'espace. Il n'y a plus d'emplacement absolu quel que soit l'instant considéré (cf § 2, chapitre 1) ; il faut préciser le référentiel.

La Relativité restreinte puis la Relativité générale ont introduit la relativité du temps. La notion de temps n'a un sens que dans la mesure ou l'observateur, donc l'emplacement est précisé. Cela correspond à l'inséparabilité du temps et de l'espace !

La Mécanique quantique elle, a introduit ce qu'on pourrait appeler la relativité de la matière. L'état d'un électron (matière) fait référence au dispositif expérimental complet (observateur) utilisé pour produire cet état ou l'observer. On peut donc ressentir une harmonie dans la démarche de ces théories montrant le rôle essentiel de l'observateur dans la construction des différents concepts fondamentaux (espace, temps, matière).

Enfin, achevons ce livre en citant la phrase d'EINSTEIN :
"*Il n'est point pour une Théorie physique de destin plus beau que d'indiquer elle même le chemin d'une Théorie plus vaste au sein de laquelle elle survivra comme un cas limite*". Puisse une Théorie aussi belle que la Relativité générale unifier un jour cette dernière avec la Mécanique quantique.

10. Analogie des formules de l'Électromagnétisme et de la Relativité générale. - Nous terminons ce livre par un récapitulatif des formules analogues de l'Électromagnétisme et de la Relativité générale (tous les indices vont de 0 à 3, et ici, le passage des indices latins aux indices grecs n'a pas de signification) :

$$q \qquad \text{et} \qquad P^{\alpha}$$

$$j^{\alpha} \qquad \text{et} \qquad T^{\alpha\beta}$$

$$\frac{\partial j^{\alpha}}{\partial x^{\alpha}} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} = 0$$

$$F_{kl} = \frac{\partial A_l}{\partial u^k} - \frac{\partial A_k}{\partial u^l} \qquad \text{et} \qquad R^{i}{}_{jkl} = \frac{\partial \Gamma^{i}_{j\,k}}{\partial u^l} - \frac{\partial \Gamma^{i}_{j\,l}}{\partial u^k} + \Gamma^{h}_{j\,k}\Gamma^{i}_{hl} - \Gamma^{h}_{j\,l}\Gamma^{i}_{hk}$$

$$A'_{\alpha} = A_{\alpha} + \frac{\partial \chi}{\partial x^{\alpha}} \qquad \text{et} \qquad \Gamma^{\bar{i}}{}_{\bar{j}\bar{k}} = \frac{\partial u^{\bar{i}}}{\partial u^{i}} \frac{\partial u^{j}}{\partial u^{\bar{j}}} \frac{\partial u^{k}}{\partial u^{\bar{k}}} \Gamma^{i}{}_{jk} + \frac{\partial^2 u^{i}}{\partial u^{\bar{j}} \partial u^{\bar{k}}} \frac{\partial u^{\bar{i}}}{\partial u^{i}}$$

$$F_{ij;k} \,+\, F_{jk;i} \,+\, F_{ki;j} \,=\, 0 \qquad \text{et} \qquad R_{ijkl;m} \,+\, R_{ijlm;k} \,+\, R_{ijmk;l} \,=\, 0$$

$$F^{\alpha\beta}{}_{;\alpha\beta} \,=\, 0 \qquad \text{et} \qquad G^{ij};j \,=\, 0$$

$$F^{\alpha\beta}{}_{;\beta} \,=\, -\mu_0\, j^{\alpha} \qquad \text{et} \qquad G^{\alpha\beta} \,=\, -\,\frac{8\pi G}{C^4}\, T^{\alpha\beta}$$

$$\frac{D^2(\overrightarrow{O\mathcal{M}})^{\alpha}}{D\tau^2} \,=\, \frac{q}{m}\, F^{\alpha}{}_{\beta}\, \frac{du^{\beta}}{d\tau} \qquad \text{et} \qquad \frac{D^2}{D\tau^2}(\delta u^{i}) \,=\, R^{i}{}_{jkl}\, \delta u^{k}\, \frac{du^{j}}{d\tau} \frac{du^{l}}{d\tau}$$