Chapitre premier

LA MECANIQUE NEWTONIENNE

1. Les référentiels galiléens. -Un *référentiel* est un repère (point origine et trois directions d'axes) lié à un corps solide supposé s'étendre indéfiniment. La Mécanique newtonienne (Newton : 1642-1727) suppose l'existence d'un ensemble de référentiels appelés *référentiels galiléens* en translations rectilignes uniformes les uns par rapport aux autres dans lesquels la loi fondamentale de la dynamique est la plus simple :

$$\mathbf{F} = m\gamma$$

Nous notons les vecteurs de l'espace à trois dimensions dont les symboles sont des lettres latines en caractère gras. Pour une lettre grecque, nous emploierons le même symbole, que ce soit un scalaire ou un vecteur. D'une manière générale nous utiliserons également des flèches au dessus; ainsi lorsque le vecteur sera obtenu à partir d'un bipoint comme dans l'équation (1,1), nous utiliserons une flèche. Le vecteur nul sera noté en caractère gras : **0**.

Le *Référentiel de Copernic*, dont l'origine du repère est le centre de gravité du système solaire et les axes trois directions d'étoiles lointaines est supposé être un tel référentiel avec une bonne approximation.

$$\mathbf{F} = 0 \;\Rightarrow\; \gamma = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; \mathbf{v} = \mathbf{Cte}$$

Le symbole **Cte** signifie un vecteur constant quelconque.

Nous obtenons la loi de l'inertie : une particule libre se déplace en ligne droite à vitesse constante dans un référentiel galiléen (ou référentiel non accéléré).

2 La transformation de Galilée, le Principe de relativité de Galilée. -A chaque référentiel galiléen est associé un *système de coordonnées* (x,y,z,t). Nous dirons alors parfois, par abus de language, *système* au lieu de référentiel. La *transformation de Galilée* entre les deux référentiels R et $\bar{\mathcal{R}}$ (fig. 1.1) dont les vecteurs unitaires sont égaux, $\bar{O}$ étant sur l'axe des x, s'exprime alors par les équations :

$$\begin{cases} x &= \bar{x} + Vt \\ y &= \bar{y} \\ z &= \bar{z} \\ t &= \bar{t} \end{cases}$$

V est la vitesse de $\bar{\mathcal{R}}$ par rapport à R, parallèle et de même sens que l'axe des *x*. La dernière équation exprime l'existence d'un *temps absolu*. La transformation de Galilée correspond bien au fait que tous les référentiels galiléens sont en mouvement de translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres. On le voit sur la loi reliant *x* à $\bar{x}$, les autres coordonnées étant identiques. On obtient ensuite :

$$\begin{cases} v_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x}}{dt} + V = \bar{v_x} + V \\ v_y &= \bar{v_y} \\ v_z &= \bar{v_z} \end{cases}$$

Soit : $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{V}$. C'est la *loi de composition des vitesses*. Il vient ensuite :

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{\gamma}$$

En particulier, une particule libre ayant une accélération nulle par rapport à un référentiel galiléen a bien une accélération nulle par rapport à tous les référentiels galiléens. Une telle particule libre, en translation rectiligne uniforme par rapport à tout référentiel galiléen, définit elle même un référentiel galiléen et un seul dans lequel elle est immobile. Nous appellerons ce référentiel, le référentiel ou système *au repos* R^0 (sous entendu de la particule). Par abus de language, on peut dire que la particule est elle même ce référentiel galiléen R^0

Puisqu'une particule libre obéissant à la loi de l'inertie, donc ayant un mouvement dit *inertiel*, défini un tel référentiel R^0, et puisque tout référentiel galiléen peut être considéré comme un tel référentiel, nous appellerons également les référentiels galiléens des référentiel ou systèmes *inertiels*. Ainsi, pour trouver un référentiel galiléen, il suffit de suivre le mouvement d'une particule libre, et de prendre le référentiel R^0 de cette particule. Tout le problème consiste à vérifier qu'une particule est bien libre. Nous verrons la difficulté de cela au §7 du chapitre 6

m étant supposée invariante, on arrive à :

$$\mathbf{F} = m\gamma = m\bar{\gamma} = \bar{\mathbf{F}}$$

La force est un invariant.

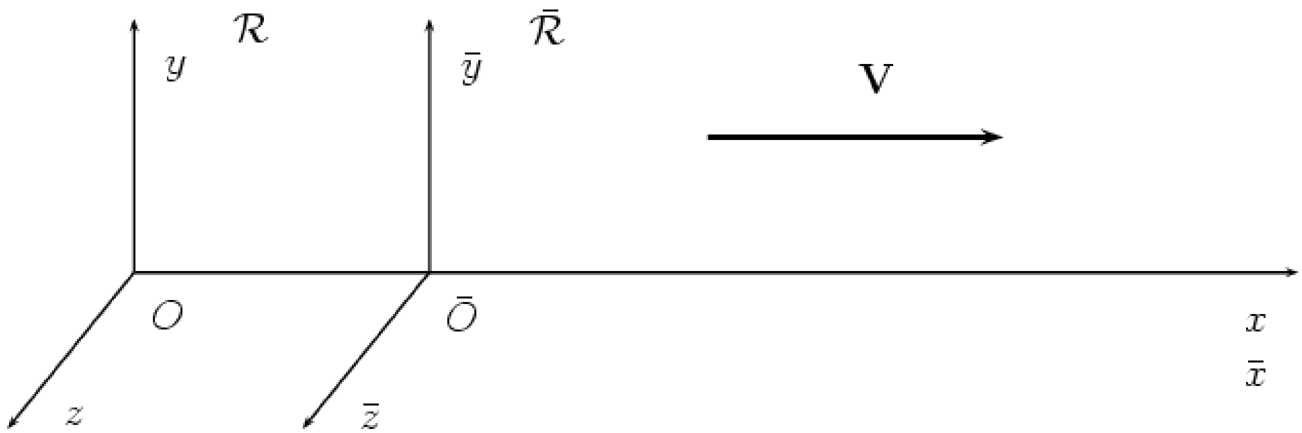


Fig. 1.1

Deux observateurs situés dans deux référentiels diliérents seront d'accord quant à la force appliquée à une particule; ils trouveront la même valeur. Ce que traduit le *principe de relativité de Galilée* : "*Les lois de la mécanique sont les mêmes dans deux référentiels galiléens.*"

Il est donc impossible par des expériences de mécanique de privilégier un référentiel galiléen particulier dont on dirait qu'il est immobile. Nous verrons dans l'étude de la Relativité restreinte qu'aucune loi de la physique ne permet de privilégier un référentiel galiléen par rapport à un autre. Le mouvement a donc un caractère relatif : Si, dans le vide interstellaire, deux objets bougent l'un par rapport à l'autre, il est impossible de dire lequel est immobile, lequel est en mouvement; c'est une pure affaire de convention. Il en résulte que la phrase : "*Je suis revenu au même endroit à un autre moment*"n'a pas de sens si l'on ne précise pas le référentiel choisi. Cette relativité du mouvement qui s'oppose à la conception aristotélicienne du mouvement considéré comme absolu fut correctement comprise par Galilée (Galilée: 1564-1642). Cela lui permit d'affirmer que le mouvement de translation d'un objet sur la surface de la Terre dû à la rotation de la Terre sur elle même est indécelable. Il en est de même du mouvement de la Terre (30 km/s) dans sa course autour du Soleil. Notons que cela correspond à une nécessité de simplicité : On voit mal les lois de la mécanique sur Terre changer entre le mois de janvier et le mois de juillet (période pendant laquelle le mouvement de la Terre par rapport au référentiel de Copernic s'inverse), ou entre midi et minuit.

3. Mesure de la masse et de la force. -Toute grandeur physique doit être définie par un procédé expérimental précis de sa mesure, au moins dans une expérience de pensée; qu'en est-il de **F** et γ? Effectuons maintenant la démarche inverse de celle du §1. Le point de départ est le principe de l'inertie et l'existence des référentiels galiléens. Une particule isolée a un mouvement rectiligne uniforme dans un tel référentiel. Ensuite, ce principe est généralisé à un ensemble de particules. Cela correspond à une exigence de simplicité et d'autocohérence de la théorie : Une particule considérée comme élémentaire (atome d'hydrogène, proton ...) peut se révéler composée d'un assemblage de particules plus élémentaires (proton et électron, quarks ...). La théorie ne doit pas distinguer ces deux cas (élémentaire, composé) vis-à-vis du comportement externe.

Considérons N particules en interaction ou non entre elles, mais sans interaction avec le reste de l'univers (nous verrons la difficulté que présente cette dernière notion au §13 du chapitre 6). On suppose alors l'existence d'un point G (centre de gravité) obéissant encore au principe de l'inertie. On suppose l'existence de N paramètres $m_1,...,m_N$ liés aux N particules de manière intrinsèque tels que : **Equation (1,1)**

$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i O\vec{M}_i}{\Sigma m_i}$$

Tout ceci est susceptible de vérifications expérimentales précises : Pour mesurer la masse d'un corps A, il suffit de le faire interagir avec le corps B de masse unité; le point G de la droite AB tel que $GA/GB = Cte$ qui décrit une ligne droite dans un référentiel galiléen donne la masse de A par : $m_A/1 = GB/GA$. Les masses m_i étant ainsi déterminées, la relation (1,1) peut alors être vérifiée. Notons que la donnée fondamentale est l'existence de référentiels galiléens; nous reviendrons sur le problème de leur détermination expérimentale précise au §13 du chapitre 6. (1,1) donne : **Equation (1,2)**

$$\left(\sum m_i\right) \mathbf{V}_G = \mathbf{P}_G = \sum m_i \mathbf{V}_i = \sum \mathbf{P}_i = \mathbf{Cte}$$

$\mathbf{P}_G$ est la *quantité de mouvement* ou *impulsion* totale du système de particules. Ce vecteur se conserve donc. $\mathbf{P}_i$ est la quantité de mouvement ou impulsion de la i^{em} particule. En dérivant (1,2) nous obtenons : **Equation (1,3)**

$$\sum m_i \gamma_i = 0$$

On définit alors les forces par : **Equation (1,4)**

$$\mathbf{F}_i = m_i \gamma_i$$

et on a : **Equation (1,5)**

$$\sum \mathbf{F}_i = 0$$

Ce qui est le *principe de l'action et de la réaction.* Ainsi (1,2) ⇔ (1,5) ; c'est à dire que le principe de l'action et de la réaction est équivalent à la loi de la conservation de l'impulsion.

4. Addition des forces. -La loi d'addition des forces est susceptible d'une vérification expérimentale. En faisant agir la particule M, d'abord avec M_1 seule, puis avec M_2 seule, puis avec M_1 et M_2, les positions de chaque particule restant les mêmes. Les forces usuelles étant de type électromagnétique, la loi d'addition correspond à la linéarité de cette interaction. Prenant l'exemple de **E** (idem avec **B**), nous avons :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = q\mathbf{E}_1 + q\mathbf{E}_2$$
$$\Rightarrow \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

5. Interprétation de la loi d'addition des forces. -En physique moderne (Théorie quantique relativiste), on interprète les interactions qui se traduisent ici par des forces, comme des échanges de particules virtuelles. Le mot virtuel vient du fait que ces particules ne sont pas détectées. Elles correspondent à des états quantiques intermédiaires entre les états initiaux et finaux et servant aux calculs de diffusions ou de durées de vies. Elles permettent de véhiculer l'impulsion échangée par deux particules en interaction. Pour l'interaction électromagnétique, la particule de champ est le photon. Pour la gravitation, il s'agit du graviton. Pour l'interaction faible, il y a trois bosons (un boson est une particule de spin entier avec comme unité *h/2 pi*; toutes les particules d'interaction sont des bosons): W^+, W^- et Z^0. L'interaction forte correspond à huit gluons.

Une force correspond au débit d'impulsion $\mathbf{F} = d\mathbf{P}/dt$, l'impulsion $d\mathbf{P}$ étant véhiculée par les particules de champ frappant l'objet considéré soumis à la force. Une force $\mathbf{F}_1$ agissant sur l'objet considéré, correspond à un débit de particules de type "1"avec $\mathbf{F}_1 = d\mathbf{P}_1/dt$. Une force $\mathbf{F}_2$ agissant sur le même objet correspond à un débit de particules de type "2"avec $\vec{F}_2 = d\vec{P}_2/dt$. Supposons maintenant que les particules de type "1"soient sans interaction avec les particules de type "2"(et réciproquement à cause du principe de l'action et de la réaction), c'est à dire, intuitivement, que les deux types de particules ne se voient pas. Lorsque les deux interactions "1"et "2"sont en présence simultanément, nous aurons :

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d\mathbf{P}_1 + d\mathbf{P}_2}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

La présence des particules de type "2"ne modifie en effet en rien la nature et la fréquence des chocs entre l'objet et les particules de type "1"(et réciproquement); ces chocs correspondent au débit d'impulsion $d\vec{P}_1/dt$ (et réciproquement). D'autre part les débits d'impulsion s'ajoutent comme l'indique la dérivée de l'équation (1,2) qui correspond à :

$$dP_G = dP - dP_1 - dP_2 = 0$$

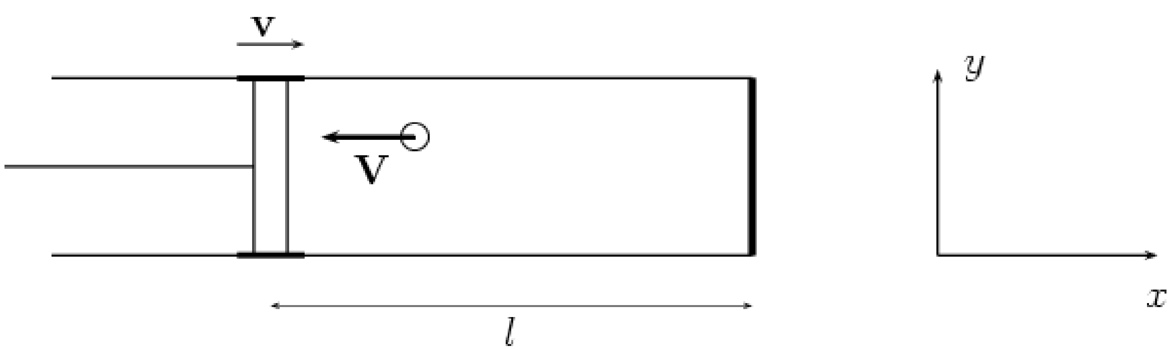
d**P** est la variation d'impulsion subie par la particule matérielle; les variations d'impulsion subies par les particules d'interaction sont -$d\mathbf{P}_1$ et -$d\mathbf{P}_2$.

Ainsi, la linéarité de l'interaction correspond au fait que les particules d'interaction sont sans interaction entre elles. Tel est le cas de l'interaction électromagnétique : dans l'interprétation de cette interaction en termes d'échange de photons, cela correspond au fait que le photon ne porte pas de charge électrique. Les photons sont donc sans action électrique les uns sur les autres. Il faut remarquer que, en électrodynamique quantique, un photon peut créer une paire virtuelle électron-positon. Par cette intermédiaire, les photons peuvent agir très faiblement entre eux. Ce qui est dit ci-dessus n'est donc vrai qu'en première approximation. Dans le cadre de l'électromagnétisme classique, la linéarité de l'interaction se traduit par la linéarité des équations de Maxwell à laquelle correspond le *principe de superposition des états d'équilibre*.

Nous voyons donc que le lien entre une loi, mécanique : l'addition des forces, et une loi de type géométrique : l'addition des vecteurs correspondant vient de la loi $\mathbf{F} = d\mathbf{P}/dt$ avec $\mathbf{P} = m\mathbf{v} = m\,d\vec{M}/dt$. Le lien entre géométrie et mécanique vient ainsi de la loi définissant **F** et **P** à partir des points *M* de l'espace, c'est à dire du principe de l'inertie pour le mouvement du centre de gravité d'un ensemble de corps.

EXERCICES

1.1 Une particule fait des allers et retours dans la chambre d'un piston. Les chocs contre les parois sont parfaitement élastiques. $v_x = \pm V$; $V > 0$; $v_y = 0$ Le piston avance lentement vers la droite à la vitesse constante $v \ll V$.



Montrez que le produit $V\,l$ est constant. C'est un invariant adiabatique.

1.2 Déviation d'une particule au passage près d'un astre.

1. Ecrire l'expression de la vitesse en coordonnées polaires *r* et θ.

2. Pour un point matériel de masse *m* soumis à une force centrale due à l'attraction gravitationnelle d'un corps de masse *M* ($F_r = -GmM/r^2$), écrire la conservation de l'énergie *E* et du moment cinétique *J*.

3. En déduire les expressions de dr/dt; $d\theta/dt$ puis $d\theta/dr$.

4. Une particule arrive de l'infini. La droite trajectoire est à la distance *b* du point 0 centre attractif

(paramètre d'impact b). On prend comme axe des x l'axe passant par 0 parallèle à la droite précédente et dirigé vers l'endroit d'où vient la particule. L'angle polaire de la particule est toujours positif. Exprimer l'angle de déviation D en fonction de la valeur prise par θ lorsque la distance à 0 est minimale; on note cette valeur $\theta(r_{min})$; $\theta(r = +\infty;\ t = -\infty) = 0$

5. Exprimer $\theta(r_{min})$ par une intégrale en r.

6. Dans l'intégrale précédente, exprimez E et J en fonction du paramètre d'impact b et de la vitesse à l'infini v_∞.

7. Calculez l'intégrale obtenue. On rappelle que :

$$-\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arccos \frac{x}{a}$$

8. En déduire $\cos\theta(r_{min})$ puis $\tan\theta(r_{min})$

9. En déduire $\tan\frac{D}{2}$ en fonction de G, M, b, v_∞

Le calcul précédent permet de connaître la déviation de la lumière au passage près du Soleil. On considère alors qu'elle est constituée de particules ponctuelles : les photons, obéissant à la Mécanique newtonienne et allant à la vitesse de la lumière : $v_\infty = C$. On trouve la moitié de la valeur exacte donnée par la Relativité générale.